

La topología y la geometría en la enseñanza educativa básica

Norma Leticia Cabrera Feroso¹¹, Rubén González Vera¹², Herminia Mendoza Mendoza¹³ y Roberto Arzate Robledo¹⁴

*Universidad Nacional Autónoma de México
FES Iztacala*

Resumen

El presente escrito es una propuesta didáctica para el desarrollo de la noción de espacio en su geometría topológica, proyectiva y euclidiana en niños preescolares y escolares; señalando algunas actividades que los docentes de educación pueden realizar para fortalecer este desarrollo y que se refieren básicamente a la noción de espacio. Estas actividades permiten la posibilidad de consolidar a largo plazo la noción de ordenar, agrupar, estirar, pegar y colorear, entre otras. Actualmente, algunos propósitos que persiguen los estudios de las Matemáticas en la Educación primaria son que los niños conozcan y usen

¹¹ Profesora de la carrera de Psicología de la FES. Iztacala. UNAM. Participante del proyecto PAPIME de la Dirección General de Asuntos Académicos (DGAPA), clave PE300112 "Enseñanza didáctica de los conceptos de Ciencia, Investigación y Metodología en Psicología". Email: nlfermoso@hotmail.com

¹² Profesor Titular de la carrera de Psicología de la FES. Iztacala. UNAM y Responsable del proyecto PAPIME de la Dirección General de Asuntos Académicos (DGAPA), clave PE300112 "Enseñanza didáctica de los conceptos de Ciencia, Investigación y Metodología en Psicología". Email: rubengv@unam.mx.

¹³ Profesora Asociado Definitivo de la carrera de Psicología de la FES. Iztacala. UNAM y corresponsable del proyecto PAPIME de la Dirección General de Asuntos Académicos (DGAPA), clave PE300112 "Enseñanza didáctica de los conceptos de Ciencia, Investigación y Metodología en Psicología". Email: herminiamendoza@prodigy.net.mx.

¹⁴ Profesor Asociado Definitivo de la carrera de Psicología y Responsable del Proyecto de Investigación "Psicología de la Actividad". Adscrito a la División de Investigación y Posgrado de la FES. Iztacala. UNAM. Participante del proyecto PAPIME de la Dirección General de Asuntos Académicos (DGAPA), clave PE300112 "Enseñanza didáctica de los conceptos de Ciencia, Investigación y Metodología en Psicología". Email: arzater@unam.mx

las propiedades básicas de la geometría. Sin embargo, aun cuando el contenido de los programas educativos es específico, se ha encontrado que generalmente los alumnos no comprenden del todo cómo emplear la geometría; siendo el docente el responsable de seleccionar actividades escolares que favorezcan el conocimiento geométrico y el desarrollo de la capacidad de representación espacial.

Palabras clave: Topología, noción de espacio, geometría, educación básica.

Abstract

The written, present is an educational proposal for the development of the notion of space in its topological, projective, and Euclidean geometry in children pre-school and school, pointing out some teachers can do, to strengthen this development and activities that relate basically to the notion of space. These activities allow the possibility of consolidating in the long term the notion of sorting, grouping, stretch, pasting and coloring, among others. Currently are some purposes pursued mathematics studies in primary education, which children know and use the basic properties of geometry. However, even though the content of educational programmers is specific, found that usually the students do not understand at all how to use geometry being the teacher responsible for selecting school activities that favors geometric knowledge and the development of its capacity of representation.

Key words: Topology, Notion of space, Geometry, Basic education.

Introducción

Actualmente, México está viviendo una transformación educativa por los sistemas políticos y gubernamentales que existen en el mundo; con la globalización se ha tenido la necesidad de imple-

mentar como estrategia de estudio los modelos de competencias que exigen estudiantes con conocimiento poco profundo, pero especialistas

en destrezas, lo que repercutido en la educación mexicana y en la enseñanza (Barrón, 2005 y Ginés, 2004).

Considerando que la educación vigente en México es un tema de mucha importancia, la SEP, en el “Modelo de Gestión Educativa Estratégica” de 2001, marca dentro de sus lineamientos la necesidad de realizar investigación educativa básica para reincorporar los datos obtenidos en el mejoramiento de la enseñanza y obtener el mínimo de deserción escolar en el nivel primaria (Cabrera, 2012).

En el presente, la reforma educativa de los programas y los métodos didácticos de la enseñanza primaria intenta llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar y a encontrar diferentes formas de resolver problemas. Con el estudio de las matemáticas en la educación básica se busca que los niños y jóvenes desarrollen una forma de pensamiento que les permita interpretar y comunicar cuantitativamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales. Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas, generando una actitud posi-

tiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros contextos.

Algunos propósitos que persiguen actualmente los estudios de las Matemáticas en la Educación primaria, son que los niños conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, círculos, triángulos, cuadrángulos, polígonos, prismas, pirámides, conos, cilindros y esferas, al realizar algunas construcciones y calcular medidas. Empleen y aclaren diversos códigos sobre la orientación en el espacio y ubicar objetos y lugares. Expresen y evalúen medidas con distintos tipos de unidad para conjeturar perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares e irregulares. Promuevan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas y gráficas de barras para comunicar información o para responder preguntas planteadas por sí mismos o por otros. Y simbolicen información mediante tablas y gráficas de barras. Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, calculen valores faltantes y porcentajes y apliquen el factor constante de proporcionalidad con números naturales en casos sencillos.

Estas actividades pretenden organizar los contenidos de enseñanza primaria en tres ejes temáticos que coinciden con los de nivel secundaria: a) sentido numérico y pensamiento algebraico; b) forma, espacio y medida y c) manejo de información. Incluyendo tres aspectos esenciales en los cuales se basa el estudio de la geometría y la medición: 1) Exploración de las características y propiedades de las figuras geométricas. 2) Desarrollo de las condiciones necesarias para que ingresen en un trabajo características deductivas. Y 3) Ampliación del conocimiento de los principios básicos de ubicación espacial y cálculo geométrico: forma, espacio y medida.

Sin embargo, aun cuando el contenido de los programas educativos es específico y agrupa una serie de conocimientos que deben ir desarrollando los alumnos, se ha encontrado que generalmente en los primeros niveles no comprenden cómo emplear la geometría debido a la rigidez y abstracción de algunas nociones y a la dificultad terminológica utilizada. Se ha observado que después de obtener una serie de datos solicitándoles que los grafiquen, no identifican la gráfica con el dibujo de la situación, sin poder comprender una relación de variables. En el caso de nivel básico, se

les pide la unión de dos o más puntos donde los niños de edades más pequeñas muestran no saber trazar o no entender para qué y por qué.

Castro (2004) menciona que los niños en sus primeros años de vida escolar se caracterizan por una gran actividad física, por la permanente interacción que establecen con su medio, por la constante investigación que emerge de su intuición que los orienta a la búsqueda de explicaciones mediante la construcción y desarrollo de su pensamiento simbólico y concreto. El docente de los primeros años tiene bajo su responsabilidad la selección de actividades escolares que favorezcan en los niños el conocimiento geométrico y el desarrollo de su capacidad de representación.

Dentro de estas actividades escolares de representación, el docente debe ir promoviendo las nociones topológicas correspondientes (entendiendo a la topología como la organización perceptual del espacio de los objetos en proximidad, cercanía, separación, orden, sucesión espacial, inclusión, contorno y continuidad, independiente de la forma y el tamaño de los cuerpos, que se logra a partir de la comprensión de los mismos, mediante la acción), que le van a permitir a los niños ir construyendo reglas del espacio donde se mueven, para posteriormente integrarlas a la geo-

metría. Sin embargo, son pocos los profesores preocupados por identificar que los alumnos desarrollen esta noción; y más crítico aún, es que los programas escolarizados actuales, no lo planteen.

El docente debe estar conciente que hay una serie de elementos y relaciones geométricas que no varían ante determinados cambios como los estiramientos y los giros y que precisamente por esa invariancia los conocimientos geométricos, son más accesibles para los niños; por ejemplo, si se hace un dibujo en un globo, se infla y después se suelta, habrá cosas del dibujo que cambiarán, pero habrá cosas que no cambiarán como un punto dentro de una figura o una línea continua. Estas segundas son las nociones topológicas, los conjuntos abiertos en que están bien definidos los contornos para cada uno de sus puntos. Asimismo, las funciones conservan los límites, es decir, en la relación de un conjunto dado X y otro conjunto de elementos Y , a cada elemento X le corresponde un único elemento. A puntos cercanos les corresponden puntos cercanos, como por ejemplo el costo de una llamada telefónica que depende de su duración.

El espacio topológico se construye cuando se forman estructuras de conocimiento basadas en la

indagación de los objetos externos que proporcionan información sobre patrones regulares de funcionamiento semejantes para todos los ambientes; agrupando en una sola unidad de conocimiento la distribución de la información distinta que surge de los sentidos y el ambiente. El espacio topológico posee semejanza externa con los objetos comparados, pues está delimitado, pero no determinado, ya que no posee elementos disociados, sino que todos se encuentran en un conglomerado. Esto no impide que la mente pueda inducir distintos órdenes en la información topológica y que el tipo de información predominante destaque sobre los demás, pero tal predominio no es una disociación sino una globalización con el resto. No presenta elementos proyectivos, como centro de referencia, orientación con origen común, profundidad y distancia; ni geométricos, como los sistemas de referencia, coordenadas, esféricos, cilíndricos y longitudes, entre otros (Durán, Gómez y Martínez, 2000).

Vidal y De la Torre, en 1984, en su artículo *Enseñanza de la Topología y Geometría en los niveles elementales*, consideraban que la Geometría no ha encontrado un lugar adecuado en la enseñanza de las Matemáticas y que la desaparición gradual de ésta en los programas educativos primarios es alarmante. Que aún cuando los contenidos de los

programas de enseñanza primaria eran ambiciosos en cuanto a lo que el alumno debe aprender en Matemáticas, no identificaban en éstos el desarrollo de la Topología como génesis para la comprensión y reflexión de la Geometría.

Mencionan que “en cada nivel de desarrollo cognoscitivo —escolar o no— hay una Geometría que se aprende por sí misma, siempre que se le dé la oportunidad de desarrollarse, y que es un componente esencial de este desarrollo” (p.2) refiriéndose a la topología. Y que el desarrollo de ésta se puede observar en los juegos infantiles de los niños, primeramente, de una manera dispersa pero conforme accionan los objetos, logran descubrir las relaciones existentes que mediante ejercitación las transforman en leyes geométricas.

Por su parte, Postijo y cols. (2007) refieren que la topología ha sido un tema poco estudiado y que su desarrollo permite la evolución de la inteligencia lógico- matemática; que a partir de los 7 años el niño ha desarrollado esta noción y está listo para las matemáticas; al comparar dos conjuntos, el niño de 6 o 7 años ya puede contar el número de cantidades; primero, compara las cantidades totales de cada conjunto y posteriormente determina la extensión espacial con la cantidad.

Castro (2004) señala al respecto que la enseñanza de los conceptos matemáticos tradicionalmente ha quedado restringida exclusivamente a experiencias de carácter euclidiano (posición, proporción y distancia), integrándose en ésta los aspectos proyectivos (espacio y profundidad) y topológicos (la unión de dos o más conjuntos en un espacio), los cuales deben ser desarrollados de manera y en relación independiente. Asimismo, que es muy importante que los docentes, principalmente los que atienden los primeros niveles de educación, conozcan cómo se desarrolla la topología y cómo se integra con la geometría.

Continúa señalando que la topología son las experiencias matemáticas que va teniendo el niño, expresadas mediante la representación gráfica (dibujo) del acercamiento, separación, orden, entorno y continuidad de los objetos (figura 1).

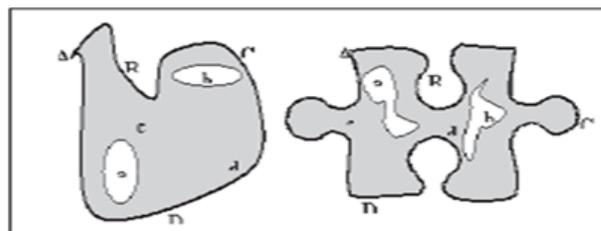


Figura 1. Desarrollo Topológico

En este tipo de representación gráfica, pueden existir transformaciones de la figura original, que

pueden ser tan profundas y generales, que alteren los ángulos, las longitudes, las rectas, las áreas, los volúmenes, los puntos y las proporciones.



Figura 2. Transformación Topológica

No obstante, a pesar de las transformaciones algunas relaciones o propiedades geométricas permanecen invariables.



Figura 3. Propiedades Invariables en el Desarrollo de la Topología.

Este mismo autor indica, que el desarrollo de la topología está unido al desarrollo de la noción de espacio y generalmente cobra fuerza cuando el niño puede desplazarse y coordinar sus acciones. La noción de espacio se va desarrollando a la par

de la conservación del objeto, sin embargo, en ocasiones puede presentar dificultades derivadas de lagunas de conocimiento creadas por la educación. Tradicionalmente, se ha hecho énfasis en la enseñanza de la Geometría Euclidiana y se descuidan los otros dos aspectos del espacio total: el Topológico y el Proyectivo.

En 1980, Majluf desarrolló dos escalas para evaluar la posición y la perspectiva del dibujo espontáneo en los niños de 6 a 8 años, basándose en la teoría piagetiana respecto a la organización jerárquica de las relaciones espaciales, que establece que el desarrollo de la habilidad para dibujar es paralela a la capacidad para organizar el espacio y la formación del pensamiento operatorio. Encontrando que el crecimiento topológico se puede observar a partir de los 4 años en el dibujo. Los resultados de su investigación permiten concluir que sería justificable continuar analizando la interrelación entre la habilidad para dibujar y la construcción de conceptos espaciales y cognitivos en niños de mayor edad.

Para Piaget y García (1998) y Martí (2000), la noción de espacio se construye paulatinamente siguiendo el orden que parte de las experiencias: Topológicas, Proyectivas y Euclidianas, contrario al orden en que históricamente fueron formalizadas

las respectivas geometrías. En una primera etapa, el espacio está reducido al movimiento sensorio-motor del niño (espacio perceptual) y tiene como marco al cuerpo como centro principal y de referencia. Al final de esta etapa el niño percibe las relaciones espaciales entre las cosas, pero no las representa todavía en ausencia de contacto directo.

A la edad de dos años aproximadamente, el niño va formando la noción de espacio a través del conocimiento de: arriba, abajo, encima, atrás, que se va favoreciendo con el desarrollo topológico (proximidad, orden, continuidad). "En esta etapa el niño no puede distinguir un círculo de un cuadrado porque ambas son figuras cerradas, pero si las puede diferenciar de la figura de una herradura. Posteriormente logra distinguir líneas curvas de rectas y figuras largas de cortas, así como también diferenciar el espacio interior y exterior de una frontera dada o determinar posiciones relativas al interior de un orden lineal" (Castro, 2004, p.6).

En esta etapa el niño va elaborando las representaciones mentales que le van a permitir la construcción del conocimiento matemático. Sin

embargo, si el niño no ha establecido la noción de conservación de número, masa y volumen, tendrá dificultades, para desarrollar la noción de espacio.

Según Piaget (en: Carratalá, 1985) a partir de los seis años los conceptos topológicos se empiezan a transformar en conceptos proyectivos y conceptos euclidianos, permitiéndole al niño la construcción de un espacio exterior, elaborando representaciones mentales para ubicarse desde otro punto de vista; con lo que podría dibujar una casa de enfrente en la que se trasparenta el interior. En esta etapa las relaciones topológicas se aplican a todas las formas y las relaciones euclidianas y proyectivas comienzan a emerger; en ese momento ya percibe los objetos no como algo estático sino como objetos con movimiento. El espacio proyectivo surge cuando un objeto llega a ser considerado mentalmente en relación a un punto de vista; el niño comienza entonces a apreciar cómo se presentan los objetos cuando son contemplados desde diferentes posiciones.

Por tanto, la base de las matemáticas, según Piaget (1999), se encuentra en el proceso reflexivo que el niño hace cuando acciona los objetos en su entorno. Las actividades que realiza en edad preescolar y que se refieren a la noción de espacio, son fundamentalmente experiencias de carác-

ter topológico (ordenar, agrupar, amontonar, doblar, estirar, pegar, colorear, completar, recortar, hacer corresponder, posicionar y desplazar, entre otras); no obstante, esto no excluye la posibilidad de que en la etapa de educación inicial, interprete y comprenda algunas experiencias, de tipo proyectivo y euclidiano, al menos, en sus primeras aproximaciones. De ahí la importancia de su estudio y su investigación.

Por último, cabe describir que Postijo y cols. (2007), realizaron una investigación que tenía como objetivo, determinar el grado de efectividad de la aplicación de la topología, en el desarrollo de la inteligencia lógico matemática. Para tal efecto, utilizaron 24 alumnos del primer grado de educación primaria del Colegio Nacional Hermilio Valdizana. El método empleado fue el método histórico de tipo experimental, usando instrumentos didácticos como bloques lógicos, lápices de colores y una entrevista, para obtener información de campo, en la población estudiada. Encontrando que el ejercicio de diversos aspectos de la topología (forma y figura) en los niños, optimiza su proceso de concreción abstracción y formalización, facilitando la construcción de la inteligencia

lógico-matemática, hallazgo congruente con los postulados de Jean Piaget. Además de ubicar las estrategias que usan los niños en el desarrollo del lenguaje geométrico a partir de la aplicación de ésta área formal. Concluyendo que el avance de las nociones topológicas favorece la madurez mental y cognitiva de la inteligencia.

En concreto, como propuesta didáctica, se puede señalar que existen distintas actividades que los docentes de educación preescolar pueden realizar para fortalecer el desarrollo topológico y que se refieren a la noción de espacio que brindan la posibilidad de consolidar a largo plazo las bases de la comprensión de la noción de espacio total: ordenar, agrupar, amontonar, doblar, estirar, pegar, colorear, completar, recortar, hacer corresponder, posicionar y desplazar, como casos que facilitan la constitución de una geometría del objeto respecto a un espacio, tal como se muestra en la figura 4. Este ejercicio no excluye la posibilidad de que el niño pueda interpretar y comprender algunas experiencias de tipo proyectivo y euclidiano, al menos en sus primeras aproximaciones.

Exploración educativa del docente con el niño, en las siguientes experiencias, de desarrollo Topológico:

Abierto	Una línea es abierta si tiene dos extremos.	
Cerrado	Una Línea es cerrada si no tiene extremos	
Simple	Una línea es simple si no tiene nudo.	
Compleja	Una línea es compleja si los tiene	
Continua	Una línea es continua si se puede recorrer sin levantar el lápiz.	
Discontinua	Es discontinua si hay pequeños brincos	
Dentro	Línea cerrada que delimita un punto del espacio externo.	
Fuera	Punto que se encuentra fuera de la frontera de la línea cerrada.	
Conexo	Una figura es conexa si se puede recorrer varias veces el mismo punto sin salirse de ella.	
Inconexa	Es inconexa la figura, si se encuentra dividida en varios trozos.	
Simple conexo	Si dentro de la figura no tiene huecos.	
No simple conexo	Si dentro de la figura tiene huecos.	
Vecino	Dos puntos son vecinos, si en medio no existe otro.	
Extremos	Un elemento de una línea es extremo si tiene un sólo vecino.	

Figura 4. Desarrollo topológico que los niños en edad preescolar deben desarrollar, fundamentado en la literatura psicológica general, sobre topología, en edades preescolares y escolares.

Para llevar a cabo el desarrollo topológico correspondiente en la edad preescolar se recomienda de modo general como guía didáctica las siguientes actividades:

Desarrollo topológico en edad preescolar

Participantes: Niños de preescolar entre 4 y 5 años de edad, aproximadamente.

Escenario: Las actividades se deben realizar en el salón donde generalmente reciben clases los niños.

Material: Ligas de plástico de colores, estambre, plastilina, papel de china, hojas de papel, palos de colores y crayolas.

Metodología:

Instrumento: Método clínico piagetiano.

Procedimiento:

Colocando a 4 y 5 niños en mesas circulares en el salón de clases, se les proporcionarán ligas flexibles de colores para trabajar la transformación topológica de líneas cerradas. Durante 20 minutos se les permitirá jugar libremente con las ligas para que accionen con ellas, que puedan darse cuenta

de su flexibilidad, textura, material y forma. Una vez realizado, la maestra se parará enfrente y les pedirá que estiren las ligas lado a lado, las regresarán a su lugar y les pedirá que las estiren a lo ancho, regresando al punto original y, por último, que las estiren de las esquinas. En una hora los niños estarán ejercitando con la liga las nociones de largo, ancho y esquinas. Al término de los ejercicios se les cuestionará bajo los siguientes ejes: ¿Cuál es interior de la línea y cuál es el exterior?

Estos ejercicios lo realizarán aproximadamente por quince días. Una vez transcurrido este tiempo se procederá a realizar los mismos ejercicios con papel de china, durante otros quince días. Posteriormente, cambiarán a plastilina por quince días, y por último, con estambre grueso. Después de cada ejercicio, se les cuestionará a los niños bajo el método clínico, con los siguientes ejes: ¿Cuáles son los puntos que unen a la línea? ¿Y por qué los une? En el tercer mes, se les dará durante quince días consecutivos laberintos diseñados previamente por la maestra, para que los niños unan dos puntos con lápices de colores. Al término se les cuestionará a partir de dos ejes: ¿Cuáles son los puntos que unen a la línea? ¿Y de qué modo se unen?

Durante los quince días restantes del mes recortarán formas y figuras, previamente diseñadas por la maestra y las pegarán en cartulina blanca, donde se encontrará de antemano la forma de la figura.

En el cuarto mes completo armarán rompecabezas de 5 a 8 figuras. Al término se les cuestionará mediante el método clínico: ¿Cómo se juntan las figuras que forman el rompecabezas? y ¿de qué modo las unieron? Por último, en el quinto mes completo el instructor imprimirá en hojas de papel blanco distintos puntos con crayolas, a lo largo de toda la hoja, y posteriormente les pedirá a los niños que los unan, hasta formar varios dibujos.

Una vez practicado, sabiendo que los niños en esta edad, necesitan estar en presencia del objeto, para poder representarlo, podrán tomar sólo una parte del objeto como índice de su representación, que les permita la reconstrucción mental del objeto, para poder evocarlo, en su ausencia y a través del tiempo.

Por último, se recomienda realizar las mismas actividades, tomando como base algunas de las diferentes formas topológicas, marcadas en la figura 1-4.

Desarrollo topológico en edad escolar

Alrededor de los seis años aproximadamente, el niño ingresa al nivel de escolaridad formal, donde los conceptos topológicos comienzan a transformar para él en conceptos proyectivos que le implican la construcción de una geometría del espacio exterior; la descentración le permite establecer la representación de su espacio circundante en la que los ejes adelante-atrás, izquierda-derecha dejan de ser absolutos; es decir, van siendo coordinados en la medida en que efectúa operaciones mentales que le posibilitan ver los objetos desde otro punto de vista. Las transformaciones proyectivas conducen al niño a visualizar los cambios que sufren ángulos y longitudes en la representación del objeto observado.

Participantes: Niños escolares de 6 años de edad, aproximadamente.

Escenario: Las actividades se deben realizar en el salón, donde generalmente, reciben clases.

Material: hojas blancas de papel, palos de colores, crayolas.

Metodología: Método clínico piagetiano.

Procedimiento:

Algunas de las actividades que auxiliarán el desarrollo topológico en esta edad son las siguientes: Solicitar que dibujen un paisaje con los árboles cada vez más pequeños; este tipo de actividad les reflejará la profundidad y el alejamiento mediante los cambios en las longitudes y los ángulos que contiene; mientras que las líneas, puntos y proporciones, permanecerán invariables. Que mediante dibujos tracen la trayectoria del recorrido de un automóvil. Paralelamente a estos conceptos proyectivos, los conceptos topológicos, se transformarán también, en conceptos euclidianos. Comenzarán a percibir los objetos de su espacio exterior, no como algo estático sino con movimiento. Que construyan maquetas separando zonas con plastilinas, como su casa de la escuela. Mediante este tipo de ejercicio podrán comprender que un cuerpo rígido al tener una transformación, de movimiento de rotación o de traslación, conserva las propiedades de longitud, ángulos, áreas y volúmenes. Y que destaquen la presencia de huecos o zonas y las líneas frontera que limitan diversas figuras.

En cada tarea se establecerán ejes de preguntas abiertas respectivamente. Estos conjuntos de ejercicios los podrán poner en práctica, igualmente, con base en algunas de las actividades señaladas en la figura 1-4.

En resumen, éstas serían algunas de las actividades básicas con las que podrían ser entrenados los niños preescolares y escolares en cuanto al desarrollo de la noción de espacio, en su geometría topológica, proyectiva y euclidiana, en el salón de clase; apoyándose el docente en el manejo de algunos de estos ejercicios prácticos u otros complementarios, señalados en las figuras 1-4 con sus respectivas variaciones y anotados en esta propuesta de trabajo didáctico, con orientación psicogenética.

Referencias

- Barrón, T.C. (2005). "Formación de profesionales y política educativa en la década de los noventa" *Perfiles Educativos*. Vol. 27, 108, pp.1-16.
- Cabrera, F. N. (2012). *Relaciones de la psicología con la educación básica en México*. Tesis de Maestría. FES Iztacala, UNAM, pp.19-28.
- Carratalá, R. E. (1985). "La representación del espacio en la obra de J. Piaget". *Revista Mallorquina de Pedagogía*. Palma de Mallorca, Baleares, 4, pp.145-169. Disponible en Internet: http://www.researchgate.net/publication/39148673_La_representacin_del_es_pacio_en_el_nio_en_la_obra_de_J_Piaget.

- Castro, J. (2004). "El desarrollo de la noción de espacio en el niño de educación inicial". *Acción Pedagógica*. 13 (2), pp.1-9.
- Ginés, M.J. (2004). "La necesidad del cambio educativo para la sociedad del conocimiento". *La Revista Iberoamericana de Educación*. 35, pp. 13-37.
- Durán, E.; Gómez, E. y Martínez, I. (2000). *Una aproximación al espacio topológico*. Universidad de Granada, España, pp. 1-9.
- Disponible en Internet: apice.webs.ull.es/pdf/356-091.pdf. https://www.google.com.mx/webhp?tab=ww&ei=fjSLU5njDYyaqAbKh4DQBg&ved=0CBIQ1S4&gfe_rd=cr#q=duran+gomez+y+martinez+topologia
- Majluf, A. (1980). "Relación entre representación del espacio en el dibujo espontáneo y la inteligencia". *Revista Latinoamericana de Psicología*. 12 (2), pp. 237-252.
- Martí, S. E. (2000). *Psicología evolutiva: teoría y ámbitos de investigación*. Anthropos: México, pp.106-110.
- Ochaíta, E. (1983). "La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial". *Estudios de psicología*, Universidad de Madrid, 14, (15), pp.1-16.
- Piaget, J. (1999). *El estructuralismo*. ¿Qué sé?: México, p. 20.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (2007). *Psicología del niño*. Morata: México, p. 19.
- Piaget, J. y García, R. (1998). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. Siglo XXI: México, pp. 135-140.
- Postijo, F.; Herrera, O.; Soto, G.; Rojas, E. y Esteban, E. (2007). "La topología para el desarrollo de la inteligencia lógico matemática en los niños". *Investigaciones Valdizana*. 1 (2), pp.107-109.
- Seguimiento a la verificación del logro de aprendizaje. Zona Escolar 531 Ciclo Escolar 2012-2013. Dificultades de aprendizaje de las matemáticas (D.A.M.) Orientaciones de intervención para profesores de grupo con base en los resultados obtenidos en el bloque I <http://asesoramientoenlaescuela.blogspot.mx>
- Vidal, C. y De la Torre, F. (1984). "Enseñanza de la topología y geometría en los niveles elementales". *Enseñanzas de las Ciencias*, pp. 111-115.